Exercice 1:(4 points)

Répondre par Vrai ou Faux en justifiant votre réponse.

Une réponse non justifiée ne rapporte aucun point.

1) L'ensemble des points M(z) tels que $\left|\frac{1}{2}z - \bar{z}\right| = 1$ est une ellipse d'excentricité $\frac{2\sqrt{2}}{3}$.

2) La fonction f définie sur IR par f(x) = $e^{\frac{1}{2}x}$ - 2 est une solution de l'équation différentielle : $y = \frac{1}{2}y' + 1$.

3) $\lim\limits_{x\to 0^+}\left[\frac{1}{x-x^2}2^x - \frac{1}{x}\right] = +\infty$.

4) La valeur moyenne de la fonction f : $x \mapsto \frac{1}{1+e^x}$ sur [0, ln3] est $\frac{1}{\ln(81)}$.

Exercice 2 :(5 points)

Une entreprise confie à une société de sondage par téléphone une enquête sur la qualité de ses produits. On admet que lors du premier appel téléphonique, la probabilité que le correspondant ne décroche pas est 0,4 et que s'il décroche, la probabilité pour qu'il réponde au questionnaire est 0,3. On pourra construire un arbre pondéré.

1) On note :

• D_1 l'évènement : « la personne décroche au premier appel ».

• R_1 l'évènement : « la personne répond au questionnaire lors du premier appel ».

Calculer la probabilité de l'évènement R_1.

2) Lorsqu'une personne ne décroche pas au premier appel, on la contacte une seconde fois. La probabilité pour que le correspondant ne décroche pas la seconde fois est 0,3 et la probabilité pour qu'il réponde au questionnaire sachant qu'il décroche est 0,2.

Si une personne ne décroche pas lors du second appel, on ne tente plus de la contacter.

On note :

• D_2 l'évènement : « la personne décroche au second appel ».

• R_2 l'évènement : « la personne répond au questionnaire lors du second appel ».

• R l'évènement : « la personne répond au questionnaire ».

Montrer que la probabilité de l'évènement R est 0,236.

3) Sachant qu'une personne a répondu au questionnaire, calculer la probabilité pour que la réponse ait été donnée lors du premier appel. (on donnera la réponse arrondie au millième)

4) Un enquêteur a une liste de n personnes à contacter (n > 1). Les sondages auprès des personnes d'une même liste sont indépendants.

a) Calculer en fonction de n, la probabilité qu'au moins une personne de la liste réponde au questionnaire.

b) Déterminer le nombre minimal de personnes que doit contenir la liste pour que la probabilité qu'au moins l'une d'entre elles réponde au questionnaire, soit supérieure à : 0,9.

Exercice 3:(6 points)

A/ On appelle (E) l'équation différentielle : y'' – y = 0, où y est une fonction définie et deux fois dérivable sur IR.

1) Déterminer les réels r tels que la fonction h définie sur IR par h(x) = e^{rx} soit solution de (E).

2) Vérifier que les fonctions φ définies par φ(x) = a$e^{x} + be^{-x}$, où a et b sont deux réels, sont des solutions de (E). on admettra qu'on obtient ainsi toutes les solutions de (E).

3) Déterminer la solution particulière de (E) dont la courbe passe par le point de coordonnées (ln2, $\frac{3}{4}$) et admet en ce point une tangente de coefficient directeur $\frac{5}{4}$.

<u>B/</u> On cherche à déterminer les fonctions Φ dérivables sur IR, telles que pour tout réel x : $\Phi(\mathrm{x}) - \int_0^{\mathrm{x}}(\mathrm{x}-\mathrm{t})\Phi(\mathrm{t})\,\mathrm{dt} = \mathrm{x}$. (H)

1) On suppose qu'il existe une telle fonction Φ.

a) Calculer $\Phi(0)$.

b) Démontrer que pour tout réel x, $\Phi'(\mathrm{x}) = 1 + \int_0^{\mathrm{x}}\Phi(\mathrm{t})\,\mathrm{dt}$ puis calculer $\Phi'(0)$.

c) Vérifier que Φ est une solution de l'équation différentielle (E) de la partie (A).

Déterminer laquelle , parmi toutes les fonctions explicitées dans la partie A.

2) a) A l'aide d'une intégration par parties, calculer $\int_0^x t(e^t - e^{-t})\,dt$.

b) Démontrer que la fonction trouvée de la question 1.c vérifie bien la relation (H).

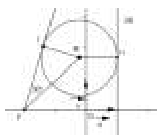
<u>Exercice 4 :(5 points)</u>

Dans le plan rapporté à un repère orthonormé (O, $\vec{u}$, $\vec{v}$),

on considère le point F(-2 ; 0) et la droite (d) d'équation x = 1.

Soit (C) un cercle variable de centre M tel que :

- La droite (d) est tangente en H à (C).
- (FT) est tangente à (C) en T.
- L'angle TFM reste égale à 30º.
- La droite (d) est tangente à (C) en H.



1) a) Démontrer que $\frac{\mathrm{MF}}{\mathrm{MH}} = 2$.

b) En déduire que M décrit une conique (Γ) dont on précisera la nature, le foyer , la directrice et l'excentricité.

2) Vérifier que les points O et A (4 ; 0) sont les sommets de (Γ) et en déduire le centre et le second foyer de (Γ).

3) a) Ecrire une équation de (Γ) et déterminer ses asymptotes.

b) Vérifier que le point B (6 ; 6) est un point de (Γ) et écrire une équation de la tangente (Δ) en B à (Γ).

c) Tracer (Δ) et (Γ).

4) Soit (D) le domaine limité par la conique (Γ), la tangente (Δ) et la droite d'équation x = 4.

Calculer le volume engendré par la rotation de (D) autour de l'axe des abscisses.